



## **TÜRKİYE EKONOMİ KURUMU**

TARTIŞMA METNİ 2008/10

[http ://www.tek.org.tr](http://www.tek.org.tr)

### **TÜRKİYE'DE REEL ÜCRETLERİN TAR MODELİ İLE ANALİZİ ve BİRİM KÖK SINAMASI**

**Elçin Aykaç Alp**

**Temmuz, 2008**

## Türkiye’de Reel Ücretlerin TAR Modeli ile Analizi ve Birim Kök Sınaması\*

Elçin AYKAÇ ALP\*

Doğrusal olmayan yapıdaki iktisadi değişkenler uzun yıllar doğrusal modeller aracılığı ile analiz edilmiş bu nedenle de gerçek hayatı açıklamada yetersiz kalmıştır. Son dönemde yapılan çalışmalar sonucunda doğrusal olmayan zaman serileri analizlerinin özellikle makro ekonomik modellerin oluşturulmasında daha başarılı olduğu görülmektedir. Her geçen gün bu konudaki teorik literatürün gelişmekte olması iktisat literatüründe de uygulama alanlarının genişlemesine katkıda bulunmaktadır.

Bu noktada öne çıkan çalışmalar TAR ailesi modelleridir. Bu modellerin çıkışı ve popüler hale gelmesinde Tong (1978), Tsay (1989) ve sonrasında Terasvirta (1994) çalışmalarının önemi büyüktür. Bu konu üzerine çalışmalar hızla ilerlerken 20. yy’ın son çeyreğinden itibaren doğrusal yapıya sahip olmadığı saptanan değişkenlerin modellenmesinin bir adım ötesine geçilerek değişkenlerin uzun dönemli analizlerinin yapıldığı görülmektedir.

Bu çalışma ise 1990:01 – 2007:06 döneminde Türkiye’de Reel ücretlerin yapısını doğrusal olmayan zaman serileri analizi yöntemleri ile ortaya koymayı amaçlamaktadır. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın ilk bölümünde doğrusal olmayan zaman serilerinden, uygulamada kullanılacak olan TAR model ile ilgili bilgi verildikten sonra geleneksel birim kök testleri ve doğrusal olmayan birim kök testleri ile ilgili literatüre ve test prosedürlerine yer verilmiştir. İkinci kısımda ise uygulanan geleneksel birim kök testleri ile TAR modellerine uygulanan Caner ve Hansen (2001) çalışmasında geliştirmiş oldukları birim kök testi sonuçları sunulmaktadır.

**Anahtar kelimeler:** Ücretler, TAR Modelleri, TAR Birim Kök

**JEL Sınıflaması:** J3, C1, C5.

---

\* Elçin Aykaç Alp, “Türkiye’de Ücret – Üretim İlişisine Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Analizi İle Yaklaşım” Y.T.Ü., S.B.E., İktisat Doktora Programı, Yayınlanmamış Doktora Tezi. Çalışmasından hazırlanmıştır.

\*Dr., Yıldız Teknik Üniversitesi, İ.İ.B.F., İktisat Bölümü, [eykac@yildiz.edu.tr](mailto:eykac@yildiz.edu.tr)

## **ABSTRACT**

Nonlinear economic variables have been tested for many years with linear models, thus making them insufficient in providing an explanation for real life. As a result of the recently conducted studies, nonlinear time series analyses are observed to be more successful in forming especially the macroeconomic models. The fact that, every passing day, the theoretical literature is developing also contributes to the expansion of application areas of economic literature.

The studies that become prominent at this point are TAR family models. The studies by Tsay (1989) and, later on, Terasvista (1994) play an important role in the emergence and popularization of these models. While studies on the issue are in a rapid progress, it is observed that the long-term analyses of the variables have been made by taking one step ahead of modeling the variables that were determined not to have a nonlinear structure since the last quarter of the 20<sup>th</sup> century.

Whereas, this study aims at manifesting the structure of reel wages in Turkey between the periods of 1990:01 – 2007:06 via the nonlinear time series analysis methods. To this end, the first part of this study will cite TAR model among the nonlinear time series to be used in the application, and then refer to the literature concerning conventional unit root tests and nonlinear unit root tests and to the test procedures. In the second part, references will be made to the applied conventional unit root tests and the results of unit root test developed in the study by Caner and Hansen (2001) that was implemented to the TAR models.

**Key Words :** Wages, TAR Models, TAR Unit Root

**JEL Classification:** J3, C1, C5.

## 1.Giriş

TAR modelleri (Threshold Autoregressive Models) ilk olarak Tong (1978), Tong ve Lim (1980) ve Tong (1983) çalışmalarında sunulmuş doğrusal olmayan zaman serileri modellerinden biridir. Eşik değişkeninin ve bundan hareketle hesaplanabilecek eşik değerinin bilinmemesi, uygun prosedür konusundaki yetersizlik gibi nedenlerle ilk zamanlar uygulamada hak ettiği yeri bulamamıştır. TAR modellerinin doğrusal olmayan modeller arasındaki popülerliği tahmininin nispeten daha basit olmasından gelmektedir (Tsay, 1989, 231).

Doğrusal olmayan zaman serisi modellerinden TAR modeli dışındakiler EKK ile tahmin edilememekte, NLS (Nonlinear least squares) ya da ML (maximum likelihood) yöntemleri ile tahmini gerektirmektedir. STAR modeller, rejimler arası geçişin olduğu durumlarda kullanılırken TAR modeller rejimler arası geçişin sert olduğu durumları açıklamada başarılıdırlar.

Çalışma 1990:01 – 2007:06 periyodunda Türkiye’de sanayi üretiminde çalışanların reel ücretlerini TAR modelleri ile incelenmektedir. Data incelendiğinde reel ücretlerde genel itibariyle bir artış olduğu ancak kriz dönemlerinde ani düşüşlerin ve sonrasında alınan tedbirlerin etkisiyle tekrar ayarlanma sürecine girdiği görülmüştür. Ancak bu dönemde yaşanan krizler ve uygulanan tedbirler datanın yapısında rejimler arası sert geçişlere neden olmaktadır. Bu nedenle reel ücretlerin yapısının açıklanmasında TAR modellerin STAR modellerden daha başarılı olacağı düşünülmüş ve yapılan analizlerle de bu görüş desteklenmiştir.

Çalışmada öncelikle TAR modellerin teorik yapısına yer verilmiştir. İkinci adımda uygulamada kullanılacak olan birim kök analizin teorik temelleri açıklanmıştır. Bu noktada hem geleneksel hem de TAR birim kök testlerinin teorik açıklamasına yer verilmiştir. Bu ayrıma gidilmesinin nedeni eşik yapısına sahip serilerin birim kök analizinde geleneksel birim kök testlerinin gücünün düşük olmasıdır. Bu nedenle uygulanan birim kök testlerinin TAR birim kök testlerinden uygun olanın seçilmesi ya da bu testlerle sonuçların desteklenmesi gerekliliğidir.

## 2.TAR Modelleri

İki rejimli bir TAR modelinin yapısı,

$$y_t = (\phi_{1,0} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \dots + \phi_{1,p}y_{t-p})I(q_{t-1} \leq \gamma) + (\phi_{2,0} + \phi_{2,1}y_{t-1} + \dots + \phi_{2,p}y_{t-p})I(q_{t-1} > \gamma) + e_t \quad (2.1)$$

olarak tanımlanmaktadır. (2.1) nolu denklemde  $I(\cdot)$  fonksiyonu gösterge fonksiyonu ve  $q_{t-1} = q(y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$  datanın fonksiyonel yapısıdır. (2.1) nolu denklemde AR derecesi  $p \geq 1$  ve  $\gamma$ , eşik parametresidir.  $\phi_{1,j}$ ,  $q_{t-1} \leq \gamma$  olması halinde otoregresif eğim parametresi,  $\phi_{2,j}$  ise  $q_{t-1} > \gamma$  durumunda gerçekleşen eğim parametrelerini ifade etmektedir.  $e_t$  hata terimi,  $y_t$  değişkeninin geçmiş değerlerine dayanan Martingale fark dizisidir. Hata terimi  $e_t$  nin koşullu değişen varyansa sahip olması beklenirken, teori açısından  $e_t \square iid(0, \sigma^2)$  olduğu kabul edilmektedir.  $x_t = (1 \ y_{t-1} \ \dots \ y_{t-p})'$ , ve  $x_t(\gamma) = (x_t'I(q_{t-1} \leq \gamma) \ x_t'I(q_{t-1} > \gamma))'$  olsun, bu durumda (2.1) nolu denklem,

$$y_t = x_t'\phi_1 I(q_{t-1} \leq \gamma) + x_t'\phi_2 I(q_{t-1} > \gamma) + e_t \quad (2.2)$$

biçiminde yazılabilmektedir. Bu fonksiyon  $\theta = (\phi_1' \ \phi_2')$  olduğu kabul edilirse,

$$y_t = x_t(\gamma)'\theta + e_t \quad (2.3)$$

şeklini alacaktır.

Modelin tahmini konusunda Tsay (1989) çalışmasında Tong ve Lim (1980) çalışmasında belirtilmiş olan ve TAR modelinin tahminini kolaylaştırmak adına uygulanabilecek aşağıdaki prosedürü önerilmiştir (Tsay, 1989, 235-6),

Prosedürde ilk adım, AR derecesi  $p$ 'nin ve mümkün eşik değerleri kümesinin belirlenmesidir. Burada seçim,  $y$  değişkeninin PACF (partial autocorrelation function) ile yapılması mümkün olabileceği gibi, AIC bilgi kriteri ile de yapılabileceğine değinilmiştir. PACF ile belirleme yöntemi seçilirse AIC ile belirlenmesinden daha yol gösterici olmaktadır. Bunun nedeni AIC bilgi kriterinin sürecin doğrusal olmaması halinde yanıltıcı olabileceğidir. Ayrıca üçüncü bir seçenek olan (4. adım nedeniyle) AR derecesinin bulunmasının tekrarlanması gerekebileceği de unutulmamalıdır.

İkinci adım; ilk adımda karar verilen AR derecesi “ $p$ ” ve eşik değerleri kümesinin her bir elemanı  $d$  için eşik doğrusal olmama testi uygulanır. Sonuçta sürecin doğrusal olmadığı kararına varılırsa  $d$  gecikme parametresi seçilir.

Üçüncü adım; seçilen p ve d değerleri için eşik değerlerinin serpilme diyagramı ile belirlenmesidir. AR katsayıları anlamlı olduğu sürece t değerleri dikkate alınabilecektir. Anlamsız katsayılar ile elde edilen serpilme diyagramı genellikle doğru bilgi vermeyecektir. Son adım ise her bir rejim için doğrusal AR teknikleri kullanılarak AR derecesi ve eşik değerleri belirlenmesinden oluşmaktadır. Burada Tsay (1989) çalışmasında değindiği nokta ise yüksek dereceden AR modelleri doğrusal olmayan modele yakınsayabilir ve birinci adımdaki p değerinin seçilmesi önem kazanır. PACF yüksek derece terimlerin seçiminde daha doğru sonuç verirken bilgi kriteri doğrusal zaman serileri modellerinde başarılı sonuç vermektedir. Tahmin edilmek istenen parametreler,  $\theta$  ve  $\gamma$  dır.

(2.3) nolu denklem parametrelerde doğrusal olmasa da denklem doğrusal bir regresyon denklemidir ve en uygun tahmin yöntemi de EKK'dir. Hata terimleri  $e_t \square iid(0, \sigma^2)$  varsayımı geçerlidir. Bu varsayımın gerçekleşmesi halinde EKK tahmini ML tahmini ile aynı sonuçları vermektedir. Regresyon denkleminin doğrusal ve sürekli olmaması durumunda EKK tahminlerini en kolay elde etme yolu ise ardışık koşullu EKK ile çalışmaktır. Veri bir  $\gamma$  değerinde,  $\theta$  parametresinin EKK tahmini,

$$\hat{\theta}(\gamma) = \left( \sum_{t=1}^n x_t(\gamma)x_t(\gamma)' \right)^{-1} \left( \sum_{t=1}^n x_t(\gamma)y_t \right) \quad (2.4)$$

ile yapılır. Hatalar  $\hat{e}_t(\gamma) = y_t - x_t(\gamma)'\hat{\theta}(\gamma)$  ve hata terimleri varyansı,

$$\hat{\sigma}_n^2(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{e}_t(\gamma)^2 \quad (2.5)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Eşik parametresi  $\gamma$ 'nın EKK tahmini (2.5) nolu denklemi minimize etmektedir.

$\Gamma = [\underline{\gamma}, \bar{\gamma}]$  olduğu durumda (2.5) nolu denklem,

$$\hat{\gamma} = \arg \min_{\gamma \in \Gamma} \hat{\sigma}_n^2(\gamma) \quad (2.6)$$

olarak ifade edilebilir. (2.6) nolu denklemde hata terimleri varyansı  $\hat{\sigma}_n^2(\gamma)$ ,  $\gamma$  parametresinin farklı değerlerine bağlı olarak,  $t=1, \dots, n$  olmak üzere,  $\hat{\sigma}_n^2(q_{t-1})$  ifadesi en fazla n tane farklı değer alabilmektedir. (2.6) nolu denklemin EKK çözümünü bulmak için aşağıdaki algoritma izlenmektedir,

Her  $q_{t-1} \in \Gamma$  için  $\gamma = q_{t-1}$  olmak üzere (2.3) nolu denklem EKK ile çözülür. Her bir regresyon için hata terimleri varyansı  $\sigma_n^2(\gamma)$  hesaplanır, minimum varyans değeri seçilir. Elde edilen bu değer aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$\hat{\gamma} = \arg \min_{q_{t-1} \in \Gamma} \sigma_n^2(q_{t-1}) \quad (2.7)$$

EKK tahminleri sonucunda  $\theta$  parametresi,  $\hat{\theta} = \hat{\theta}(\hat{\gamma})$  şeklinde bulunur. Benzer biçimde EKK hataları,  $\hat{e}_t = y_t - x_t(\hat{\gamma})'\hat{\theta}$  ve örnek varyansları  $\hat{\sigma}_n^2 = \sigma_n^2(\hat{\gamma})$  elde edilir.

### 2.1. Gecikme Parametresinin Tahmini

TAR modelinde bilinmeyen parametrelerden biri de eşik parametresidir. Chan (1993) çalışmasında  $\tau$  eşik parametresinin süper tutarlı tahmincisinin elde etme yolunu göstermiştir. Öncelikle eşik değeri serinin kestiği bir değer olmalıdır. Serinin asla kesmediği bir değer eşik değeri olarak belirlenmesi anlamsız olacağı için  $\tau$  serinin maksimum ve minimum değerleri arasında yer almalıdır. Eşik parametresinin seçimi pratikte, serinin en yüksek ve en düşük %15'inin inceleme dışı bırakılıp kalanının test edilmesi şeklinde olabilir. Çok geniş bir veri aralığı mevcutsa minimum ve maksimum %10'luk kısım da analiz dışı bırakılabilir. Kalan değerlerin her birinin eşik değeri olarak belirlendiği ve tahmin edildiği modelin SSR değerleri hesaplanır ve karşılaştırılır. Minimum SSR tahminini veren ve seçilen veri aralığı içinde bulunan  $\tau$  değeri eşik değeri olarak belirlenir (Chan, 1993, 520-33).

TAR modelinin bir türünde de  $\sigma^2(\varepsilon_{1t}) = \sigma^2(\varepsilon_{2t})$  olduğunu varsayılmaktadır.  $I_t$  gösterge fonksiyonu olması halinde,

$$y_t = \phi_1 I_t y_{t-1} + \phi_2 (1 - I_t) y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

olarak ifade edilen modelde,

$$y_{t-1} > 0 \text{ ise } I_t = 1 \quad (2.9)$$

ve

$$y_{t-1} \leq 0 \text{ ise } I_t = 0 \quad (2.10)$$

koşulları geçerlidir.  $I_t y_{t-1}$  ve  $(1 - I_t) y_{t-1}$  şeklinde gösterge fonksiyonları oluşturulup EKK ile tahmin edilir.

SETAR (Self -Exciting) modelde eşik değışkeni,  $d \in [1, \bar{d}]$  aralığında yer alan  $q_{t-1} = y_{t-d}$  ise normal şartlarda geçerlidir.  $d$  bilinmeyen ve tahmin edilmesi gereken gecikme sayısıdır. EKK yöntemi ile  $d$ , diğer parametreler yardımı ile tahmin edilebilir ya da bilindiğı varsayılarak hareket edilebilir.

Eşik değerinin süresiz olması halinde fonksiyon TAR modelinden STAR modeline genişletilebilmektedir. Bu konudaki temel çalışmalar ise Chan ve Tong (1986), Granger Terasvirta (1993), Terasvita, Tjostheim, Granger (1994) olarak sıralanabilir. TAR modelinden STAR modeline geçişte iki önemli sorunla karşılaşılmasıdır. İlki, sıfır hipotezinde doğrusal otoregresif model yer alırken alternatifinde TAR modelinin sınındığı geleneksel testlerde karşımıza çıkmaktadır. Bu tip testlerde standart olmayan dağılımlar nedeniyle eşik parametresi tanımlanamamaktadır. Bu problem ilk Davies (1977, 1987) çalışmalarında vurgulanmıştır. Daha sonra ise Luukkonen, Sikkonen ve Terasvita (1988) çalışmalarında bu problem için STAR alternatifinde kurulan regresyonda Taylor yaklaşması kullanarak LM (Lagrange Multiplier) testi yapmayı önermişlerdir. Ayrıca Chan (1990) LR (likelihood ratio test) testinin asimtotik dağılımı için bir uygulama süreci geliştirmiştir. Benzer biçimde Hansen (1996) çalışmasında bu asimtotik dağılım için bootstrap metodu ortaya koymuştur.

İkinci sorun ise, eşik tahmininin örnek dağılımı konusundadır. Chan (1993), çalışmasında EKK tahmincisinin  $n$ 'inci dereceden tutarlı olduğunu göstermiş ve sınırlı dağılım için uygulama süreci oluşturmuştur (Chan, 1993, 520-33).

TAR modelinin sakıncası eşik değerin belirlenmesinden sonra rejimler arasında geçişin çok hızlı olmasıdır. Bu durumda klasik araçların kullanımı yanlış sonuçlar vermektedir. İncelenen veride rejimler arası geçişin yumuşak olması halinde ise STAR modeller kullanılmaktadır. Bu şekilde STAR (Smooth Transition Autoregressive) modellerin kullanımı ile iki rejimli durumda rejimler arası geçiş sorunu ortadan kalkmaktadır.

### **3. Birim Kök Sınaması**

Yapılmış olan çalışmalar incelendiğinde geleneksel birim kök testlerinin doğrusal olmayan zaman serisi modellerinde gücünün düşük olduğu saptanmıştır. Ancak eşbütünleşme gibi uzun dönem analizlerin uygulandığı durumlarda bu güç kaybının göz ardı edildiğı görülmektedir. Bu güç kaybı nedeniyle birim kök analizinde TAR modeller için geliştirilen Caner ve Hansen (2001) testinin kullanılması uygun görülmüştür. Bu nedenle doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serilerinde durağanlık, birim kök teorileri ve testlerine yer verilmiştir. Testler geleneksel birim kök testleri ve doğrusal olmayan zaman serilerinde



kullanılan birim kök testleri olarak iki grupta incelenmiştir. Geleneksel birim kök testleri olarak Dickey ve Fuller (DF) birim kök testi, Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) birim kök testi, Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin Testi (KPSS) Ng ve Perron Birim kök testlerine yer verilmiştir.

Doğrusal olmayan birim kök testlerine örnek olarak literatürde en sık kullanılan Enders ve Granger (1998) ve Caner ve Hansen (2001) testleri verilmiştir. STAR modeller için geliştirilmiş olan Kapetanios, Shin ve Snell (2003a) birim kök testine ise uygulamada kullanılmadığı için yer verilmemiştir.

### 3.1. Geleneksel Birim Kök Testleri

Klasik ekonometri teorisinde serilerin zaman içinde değişmeyen sonlu ortalama ve sonlu varyansa sahip olduğu, bu sürece ait kovaryansın geçmişten bağımsız olduğu varsayılmaktadır (Akgül, 2003b, 5). Oysa gerçek hayatta ekonomik verilerin çoğunun artış, yığılma ya da değişim eğiliminde olduğu görülmektedir. Bu nedenle yapılan durağanlık varsayımı öngörülerde hatalı sonuçlara yol açmaktadır. Zaman serisi modellerinde elde edilen stokastik süreç zaman boyunca sabit ise seri durağandır ve serinin geçmiş değerleri kullanılarak seriye ait sabit katsayılı bir model elde edilebilmektedir.

Dickey ve Fuller (1979) birim kök testi birim kökün varlığını belirlemede kullanılan popüler testlerdendir.  $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$  şeklinde oluşturulan bir otoregresif modelde  $y_t$  serisinin birim kök içermesi  $\rho = 1$  olması anlamına gelmektedir. Test hipotezleri  $\beta = \rho - 1$  olarak tanımlanması halinde  $H_0 : \beta = 0$  ve  $H_1 : \beta < 0$  olarak kurulur.  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi,  $\rho < 1$  olduğunu ve  $y_t$  serisinin durağan olduğu anlamına gelmektedir (Aykaç, 2003, 23-25). Dickey ve Fuller (1979) çalışmalarında karar kriteri olarak, t-istatistiğinin sapmalı olması nedeniyle  $\tau$  (tau) adını verdikleri düzeltilmiş t tablosu oluşturmuş ve bu tablonun kullanılması gerektiğini belirtmişlerdir. DF (1979) tarafından tablolaştırılan kritik değerler üç genel model için oluşturulmuştur.  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$  olarak ifade edilirse, bu modeller;

$$\Delta y_t = \beta y_{t-1} + u_t \quad (3.1)$$

$$\Delta y_t = m_0 + \beta y_{t-1} + u_t \quad (3.2)$$

$$\Delta y_t = m_0 + \beta y_{t-1} + m_2 t + u_t \quad (3.3)$$

şeklinde oluşturulmuştur. (3.1) numaralı denklem sadece stokastik trendi, (3.2) numaralı denklem stokastik trendin yanısıra sabit terim, (3.3) numaralı denklemde ise hem sabit terimin

hem de stokastik ve deterministik trendin birlikte modelize edildiği bir süreç tanımlanmıştır (Dickey, Fuller, 1979, 430). DF(1979) testi, hata terimlerinin saf hata terimi sürecine sahip olduğu varsayılmaktadır. Ancak serisel korelasyon olması halinde EKK tahminlerinin sağlıklı olması için test geliştirilmiş ve Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) birim kök testi olarak adlandırılmıştır. DF testinde oluşturulan denklemler ADF testinde,

$$\Delta y_t = \beta y_{t-1} + \sum_{i=2}^{\rho} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + u_t \quad (3.4)$$

$$\Delta y_t = m_0 + \beta y_{t-1} + \sum_{i=2}^{\rho} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + u_t \quad (3.5)$$

$$\Delta y_t = m_0 + \beta y_{t-1} + \sum_{i=2}^{\rho} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + m_2 t + u_t \quad (3.6)$$

şekilde oluşturulmuştur. Bu modeller için yine Dickey ve Fuller tarafından geliştirilen DF(1979)  $\tau$  tablo değerlerinden yararlanılmaktadır. Modellerde yer alan gecikme uzunluklarının belirlenmesinde çeşitli yöntemler kullanılabilir. Bunlardan bazıları; Akaike Final Prediction Error (FPE), Akaike Information Criterion (AIC), Schwartz Criterion (SC), Bayesian Information Criterion (BIC), Hannan – Quinn Criterion (HQ), Campel – Perron kriterleridir.

Geleneksel birim kök testleri incelendiğinde sıfır hipotezinin genellikle durağan olmamayı tanımladığı görülmektedir. Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (1992) Testi (KPSS) testi ise sıfır hipotez altında incelenen serinin durağan olmasını sınamaktadır.

Genellikle ADF testinin tamamlayıcısı olarak görülen bu testte  $\varepsilon_t$  hata terimlerinin i.i.d. ve sıfır ortalamalı  $\sigma_u^2$ , sabit varyanslı olduğu varsayımı altında

$$y_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t \quad (3.7)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (3.8)$$

denklemleri kurulmuştur. Sıfır hipotez  $H_0 : r_t = r$  ya da  $H_0 : \sigma_u^2 = 0$  şeklinde parametre tutarlılığını tanımlarken alternatif hipotez  $r_t$  değişkeninin rastsal yürüyüş sürecine sahip olmasını sınamaktadır (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin, 1992, 162). Test denklemlerinden de anlaşılacağı gibi ilk aşamada veri var olan deterministik bileşenlerden arındırılmaktadır. Bu işlem sabit terim ve trend değişkeni ile kurulan modelin artıkları ile

çalışılması ile yapılmaktadır. Orijinal LM test istatistiği,  $t=1,2,3,\dots,T$  için  $S_t = \sum_{t=1}^T e_t$  olması halinde,

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \quad (3.9)$$

şeklinde oluşturulmaktadır. Ancak KPSS testinde bu istatistik  $\varepsilon_t$  hatalarının i.i.d. olma koşulu nedeniyle tekrar hesaplanmıştır. LM istatistiği hata terimleri varyansını kullanırken KPSS testinde kullanılması önerilen uzun dönem varyansının Newey West tahmincisidir. Bu durumda kullanılması önerilen test istatistiği,

$$LM_{KPSS} = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{S_l^2} \quad (3.10)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada Newey West tahmincisi  $(S_l^2)$ ,  $w_{sl} = 1 - \frac{s}{l+1}$  olmak üzere,

$$S_l^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2 + \frac{2}{T} \sum_{s=1}^l \sum_{t=s+1}^T w_{sl} e_t e_{t-s}, \quad (3.11)$$

şeklinde hesaplanmaktadır (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin, 1992, 163-164).

Elliott, Rothenberg ve Stock (1996) çalışmasında ADF-GLS testini geliştirmiş ve veride deterministik bileşenlerin etkisinin var olması halinde gücünün daha yüksek olacağı bir versiyon önermiştir. Bu testte de seriler önce yığılım ve deterministik trendden arındırılmaktadır. Testin ilk adımında,

$$y_t = d_t + u_t \quad (3.12)$$

$$u_t = au_{t-1} + v_t \quad (3.13)$$

denklemleri yardımıyla veri yığılım ve trendden arındırılmaktadır.  $d_t$  deterministik trend,  $v_t$  ise sıfır ortalamalı hata terimlerini göstermektedir (Elliott, Rothenberg, Stock, 1996, 813). Trendden arındırma,

$$y_t^d = y_t - \beta' z_t \quad (3.14)$$

işlemi yardımı ile yapılmaktadır (Elliott, Rothenberg, Stock, 1996, 824). (3.14) numaralı denklemde  $z_t$  serinin sahip olduğu yığılım ya da trende göre farklı şekil almaktadır. Her iki

etkinin de var olması halinde  $z_t = (1, t)'$  şeklinde tanımlanırken deterministik trendin olması halinde sadece birlerden oluşmaktadır. Bu arındırma işleminden sonra

$$\Delta y_t^d = \mu + \alpha_0 y_{t-1}^d + \sum_{j=1}^k a_j \Delta y_{t-j}^d + \varepsilon_t \quad (3.15)$$

regresyona ADF testi uygulanmaktadır (Elliott, Rothenberg, Stock, 1996, 824). ADF testinin AR polinomunun birden küçük fakat bire yakın olması halinde gücünün düşük olduğu Ng ve Perron (2001) çalışmasında vurgulanmıştır. Ayrıca, hataların MA (moving average) kökünün -1'e yakın olması halinde oldukça yüksek dereceden gecikme uzunluğu kullanılması gerektiği ancak AIC, BIC gibi bilgi kriterlerinin bu durumda gecikme uzunluğunu olması gerekenden daha düşük seçtiğini göstererek MIC (Modified Information Criteria) bilgi kriterinin kullanılması gerektiğini göstermişlerdir. Dolayısıyla literatürde birim kök testi uygulanırken ADF yerine uygun durumlarda Ng ve Perron'un (2001) geliştirmiş olduğu test ve MIC kriterinin kullanılması gerektiği düşüncesinden hareket eden çalışmalar mevcuttur.

Perron ve Ng (1998) çalışmalarında Perron (1988) çalışmasında önermiş olduğu Z testini gücünün düşük olması nedeniyle geliştirmiştir (Phillips ve Perron Zt testi ile Philips Z testine ekler kısmında yer verilmiştir). Ayrıca Phillips ve Perron (1988) testinin gücünün düşük olmasının nedeni olarak görülen Newey West tahmincisi uzun dönem varyans tahmincisi için kullanılmamıştır. Bunun yerine önerilen yöntem incelenen serinin ortalamadan farklar ile ortalamadan arındırılmasıdır. Bu yöntemin kullanılması ve ardından geliştirilmiş olan Z testinin kullanılması halinde testin gücünün düşük olması probleminin ortadan kalkacağı savunulmaktadır.

Bu şekilde geliştirilen M-testleri ( $MZ_\alpha$ ,  $MZ_t$ , MSB,) ERS testinin Z testi ile geliştirilmiş halidir. Ng ve Perron (2001) çalışmalarında serinin ERS testinde olduğu gibi trendden arındırılması ve gecikme uzunluğunun seçilmesinde MAIC (modified AIC) kriteri kullanarak seçilmesi halinde MZ testinin gücü artmaktadır. Test denklemi,

$$\Delta y_t = \beta_0 y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + e_{tk} \quad (3.16)$$

şeklinde kurulur.  $MZ_\alpha$  testi  $Z_\alpha$  testinin geliştirilmiş halidir. Test istatistiği,

$$MZ_\alpha = \left( T^{-1} y_T^2 - s_{AR}^2 \right) \left( 2T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 \right)^{-1} \quad (3.17)$$

olarak hesaplanabilmektedir. Başka bir ifade ile,

$$MZ_\alpha = Z_\alpha + T(\hat{\alpha} - 1)^2 / 2 \quad (3.18)$$

dir (Ng, Perron, 2001, 1519-1554). MSB istatistiği,

$$MSB = \left( T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s_{AR}^2 \right)^{1/2}, \quad (3.19)$$

ayrıca,

$$MZ_t = Z_t + (1/2) \left( \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 / s_{AR}^2 \right)^{1/2} (\hat{\alpha} - 1)^2 \quad (3.20)$$

ve

$$MZ_t = MZ_\alpha \times MSB \quad (3.21)$$

ilişkisi mevcuttur. Yukarıdaki denklemlerde  $s_{AR}^2$ ,  $s_{AR}^2 = s_{ek}^2 / (1 - \hat{\beta}(1))^2$  şeklinde

hesaplanmaktadır.  $\hat{\beta}(1) = \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i$ ,  $s_{ek}^2 = T^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{e}_{tk}^2$  dır. Çalışmada geliştirilen dördüncü test ise ERS Point Optimal istatistiğinin geliştirilmiş hali olan MPT testidir. Bu test iki farklı durumu ayrı ayrı inceleyecek şekilde geliştirilmiştir. Seride sadece yığılım olması halinde test istatistiği,

$$MP_{0,T} = \left[ \bar{c}^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{y}_{t-1}^2 - \bar{c} T^{-1} \hat{y}_T^2 \right] / s_{AR}^2 \quad (3.22)$$

hem yığılım hem trend olduğu durumda ise,

$$MP_{0,T} = \left[ \bar{c}^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{y}_{t-1}^2 + (1 - \bar{c}) T^{-1} \hat{y}_T^2 \right] / s_{AR}^2 \quad (3.23)$$

olarak test istatistiği hesaplanmaktadır. Bu test için ise

$$MP_{0,T} = \bar{c}^2 MSB^2 - \bar{c} (1 + 2MZ_t \cdot MSB) \quad (3.24)$$

ve

$$MP_{1,T} = \bar{c}^2 MSB^2 + (1 - \bar{c}) (1 + 2MZ_t \cdot MSB) \quad (3.25)$$

ilişkileri yazılabilmektedir (Ng, Perron, 2001, 1519-1554).

Geleneksel birim kök testlerinin dışındaki uygulamalar incelendiğinde ise doğrusal olmayan zaman serilerinde çeşitli alternatifler geliştirildiği görülmektedir.

### 3.2. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri

Literatürde doğrusal olmayan zaman serilerinde birim kökün test edilmesi konusunda farklı yöntemler kullanıldığı görülmektedir.

Blake ve Fomby (1997) çalışmalarında yapmış oldukları Monte Carlo deneylerinde DF (1979) birim kök testinin gücünün eşik parametrelerinde düşük olduğu saptanmıştır. Pippenger ve Goering (1993) simülasyon çalışmasında da DF (1979) testinin doğrusal olmayan zaman serilerinin analizinde başarısız olduğunu kanıtlayan sonuçlar elde edilmiştir (Kapetanios Shin, Snell 2003a, 360). Benzer biçimde Enders ve Granger (1998), Berben ve van Dijk (1999), Caner ve Hansen (2001), Lo ve Zivot (2001), Kapetanios, Shin ve Snell (2003a, 2003b, 2003c) çalışmaları durağan olmama, eşbütünleşme ve doğrusal olmama konuları üzerine çalışmışlardır.

Caner ve Hansen (2001) çalışması ise bu literatürün iki rejimli TAR modelinde bire yakın AR kökü olması durumuna izin veren bir model çalışmasıdır. Eşik için Wald testi uygulanmış, asimtotik boş dağılımının (null dağılımının) standart olmadığı (non-standard) görülmüştür. Bu durum kısmen parametrenin varlığının sıfır hipotezi altında tanımlanamaması ile ilgili kısmen de bire yakın birim kök (near non-stationary autoregression) varsayımından kaynaklanmaktadır. Simülasyon sonuçları sürecin gerçekten doğrusal olmayan bir yapıya sahip olması halinde uygulanan birim kök testinin geleneksel ADF testine nazaran çok daha yüksek gücü olduğunu göstermektedir.

İncelenen zaman serisinin doğrusal olmaması halinde uygulanan ADF testinin alternatif hipotezde yanlış tanımlama nedeniyle uygulanamayacağına değinen diğer çalışmalar ise Enders ve Granger (1998) ve Enders (2001) çalışmalarıdır.

### 3.2.1. Enders ve Granger (1998) Testi

Enders ve Granger (1998) çalışmasında alternatif hipotezde TAR modelleri üzerinde durulmaktadır.

$$y_t = \beta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.26)$$

modeline karşılık alternatif olarak,

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 (y_{t-1} - \gamma) + (1 - I_t) \rho_2 (y_{t-1} - \gamma) + \varepsilon_t \quad (3.27)$$

modeli sınanmaktadır.  $I_t$  gösterge fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır,

$$I_t = \begin{cases} y_{t-1} \geq \gamma & \text{ise } 1 \\ y_{t-1} < \gamma & \text{ise } 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

(3.27) ve (3.28) numaralı modeller TAR modelini tanımlamaktayken alternatif bir tanımlama ise aşağıdaki gibidir.

$$I_t = \begin{cases} \Delta y_{t-1} \geq \gamma & \text{ise } 1 \\ \Delta y_{t-1} < \gamma & \text{ise } 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

(3.27) numaralı modelin (3.29) numaralı modelde gösterilen ilişkiyi içermesi halinde M-TAR modeli olmaktadır. Dolayısıyla ortalamaya dönme eğiliminin hızı  $\Delta y_{t-1}$  değişkenine bağlı olarak gelişmektedir.

Bu durumda öncelikle  $y_t$  serisi ortalamadan arındırılmaktadır. Buradan elde edilen yeni  $\hat{y}_t$  serisi ile (3.27) numaralı denklem oluşturulmakta ve  $H_0 = \rho_1 = \rho_2 = 0$  olan sıfır hipotezi sınamaya tabi tutulmaktadır. Sınama F-istatistiği hesaplanarak yapılmakta ve hesaplanan F-istatistiği Enders ve Granger (1998) çalışmasında hesaplanmış olan kritik değerlerden büyük olması halinde birim kök sıfır hipotezi reddedilmektedir<sup>1</sup>. (3.27) numaralı denklem aşağıdaki gibi tahmin edilmektedir

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 (y_{t-1} - \bar{y}) + (1 - I_t) \rho_2 (y_{t-1} - \bar{y}) + \varepsilon_t \quad (3.30)$$

(3.30) numaralı denklemde  $\bar{y}$  örnek ortalamasıdır (Enders, Granger, 1998, 305-306). Ayarlanmanın asimetrik olması halinde örnek ortalaması  $\gamma$  parametresinin tahmini sapmalı olmaktadır. Enders (2001) çalışmasında ise en düşük SSR değerine sahip tutarlı eşik değerini (3.27) numaralı denklemde gösterilen model yardımı ile ve Chan (1993) çalışmasında önerilen yöntem kullanılarak bulunması önerilmektedir. Bu durumda kullanılması ön görülen  $\Phi$  istatistiği için kritik değerlere Enders (2001) çalışmasında yer verilmiştir.

### 3.2.2. Caner ve Hansen Birim Kök Testi

TAR modeli,

$$\Delta y_t = \theta_1' x_{t-1} I\{z_{t-1} < \gamma\} + \theta_2' x_{t-1} I\{z_{t-1} \geq \gamma\} + e_t \quad (3.31)$$

dır. (3.31) numaralı denklemde  $x_{t-1} = (y_{t-1} \ r_t' \ \Delta y_{t-1} \ \dots \ \Delta y_{t-k})'$  olarak tanımlanmıştır.  $t=1, \dots, T$  ve  $I\{\cdot\}$  gösterge fonksiyonudur. Hata terimlerini ifade eden  $e_t \square i.i.d.$  olduğu varsayılmaktadır. Bazı  $m \geq 1$  için  $Z_t = y_t - y_{t-m}$  dir.  $r_t$  kesim noktası ve doğrusal trendi içeren deterministik bileşenler vektörüdür.  $Z_{t-1}$  önceden belirlenmiş, kesin durağan ve sürekli dağılım fonksiyonu ile ergodik bir değişkendir. Eşik değeri  $\gamma$  bilinmemekte  $\gamma \in \Gamma = [\gamma_1, \gamma_2]$  aralığında yer almaktadır. Bu aralıkta  $\gamma_1$  ve  $\gamma_2$  için  $P(Z_t \leq \gamma_1) = \pi_1 > 0$ ,  $P(Z_t \leq \gamma_2) = \pi_2 < 1$  ilişkileri yazılabilmektedir.

Analizde  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  bileşenleri birbirinden ayrı incelenmiş ve bu parametrelere ait vektörler,

<sup>1</sup> Bu noktada elde edilen hata terimleri saf hata terimi değil ise gecikme uzunluğu AIC ve BIC kriterleri ile belirlenmek üzere gecikmeli değişkenler fonksiyona ilave edilmektedir.

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \theta_2 = \begin{pmatrix} \rho_2 \\ \beta_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$y_{t-1}$  serisinin iki rejiminde  $(\rho_1, \rho_2)$ ,  $y_{t-1}$  serisinin eğim parametreleri,  $(\beta_1, \beta_2)$ , deterministik bileşenlerin eğim parametreleri,  $(\alpha_1, \alpha_2)$ ,  $(\Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-k})$  için tanımlanmış eğim parametreleridir (Caner, Hansen, 2001, 1557-1558). Çalışmada  $\gamma > 2$  olduğu bazı durumlar için  $E|e_t|^{2\gamma} < \infty$  olduğu varsayılmaktadır. Bazı  $\delta_T$  matrisleri ve  $r(s)$  sürekli vektör fonksiyonu için,  $\delta_T r_{[T\gamma]} \Rightarrow r(s)$  ilişkisi mevcuttur.  $\mu_1$  ve  $\mu_2$  sabitleri için,  $\beta_1' r_t = \mu_1$  ve  $\beta_2' r_t = \mu_2$ , ve  $\iota$  birlerden oluşan  $k$  boyutlu vektör olmak üzere  $|a_1' \iota| < 1$  ve  $|a_2' \iota| < 1$  kısıtları geçerliyken  $\rho_1 = \rho_2 = 0$  eşitliği söz konusudur.

Parametre kısıtları  $\Delta y_t$  serisinin durağan ve ergodik olmasını ifade etmektedir. Bu varsayım sonucunda  $y_t$  zaman serisi birinci dereceden durağan bir süreci ifade etmektedir.  $\beta_1' r_t = \mu_1$  ve  $\beta_2' r_t = \mu_2$  varsayımları ise sürecin sadece doğrusal trende sahip olabilmesine izin vermektedir.

EKK ile tahmin edilen TAR modeli her bir  $\gamma \in \Gamma$  için aşağıdaki gibidir,

$$\Delta y_t = \hat{\theta}_1(\gamma)' x_{t-1} I_{\{z_{t-1} < \gamma\}} + \hat{\theta}_2(\gamma)' x_{t-1} I_{\{z_{t-1} \geq \gamma\}} + \hat{e}_t(\gamma) \quad (3.33)$$

Sabit  $\gamma$  için  $\sigma^2$  EKK tahmini;

$$\hat{\sigma}^2(\gamma) = T^{-1} \sum_1^T \hat{e}_t(\gamma)^2 \quad (3.34)$$

dır. Eşik değeri  $\gamma$  parametresinin EKK tahmini  $\hat{\sigma}^2(\gamma)$  değerinin minimizasyonu ile bulunmaktadır;

$$\hat{\gamma} = \arg \min_{\gamma \in \Gamma} \hat{\sigma}^2(\gamma) \quad (3.35)$$

Diğer parametrelerin EKK tahminleri  $\hat{\gamma}$  parametresinin nokta tahmini ile bulunmaktadır. Tahmin edilen model aşağıdaki gibi yazılabilmektedir,

$$\Delta y_t = \hat{\theta}_1' x_{t-1} I_{\{z_{t-1} < \hat{\gamma}\}} + \hat{\theta}_2' x_{t-1} I_{\{z_{t-1} \geq \hat{\gamma}\}} + \hat{e}_t \quad (3.36)$$

(3.36) numaralı model (3.31) numaralı modelin parametrelerinden sonuç elde etmek için standart Wald istatistiği kullanılabilir. Eşik etkisi ve birim kökün varlığı ile ilgili kısıtlar esas ilgilenilenlerdir. Eşik etkisi,

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2 \quad (3.37)$$



bileşik hipotez ile sınıanmaktadır. (3.37) numaralı denklemin test edilmesi standart Wald istatistiği  $W_T$  ile (3.36) numaralı denklem kullanılarak yapılmaktadır. Bu istatistik,

$$W_T = T \left( \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2} - 1 \right) \quad (3.38)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.  $\hat{\sigma}^2$ , (3.36) numaralı denklemden elde edilen EKK hatalarının varyansıdır ve,

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 \quad (3.39)$$

şeklinde elde edilir.  $\hat{\sigma}_0^2$  ise sıfır hipotezde tanımlı olan doğrusal modelin hata terimleri varyansını ifade etmektedir.  $W_T(\gamma)$ , (3.37) numaralı denklemin, (3.33) numaralı regresyondaki sabit  $\gamma$  için Wald istatistiğini gösterebilir. Bu durumda Wald istatistiği,

$$W_T(\gamma) = T \left( \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2(\gamma)} - 1 \right) \quad (3.40)$$

şeklinde hesaplanacaktır. Ancak  $\gamma$  parametresi  $H_0$  hipotezi altında modele girmediği için aşağıdaki ilişki yazılabilmektedir.

$$W_T = W_T(\hat{\gamma}) = \sup_{\gamma \in \Lambda} W_T(\gamma) \quad (3.41)$$

Yukarıdaki ilişki  $W_T(\gamma)$ ,  $\hat{\sigma}^2(\gamma)$  varyansının azalan fonksiyonu olması halinde geçerlidir (Caner, Hansen, 2001, 1562).

Diğer ilgilenilen konu olan birim kökün varlığı için hipotez ise,

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0 \quad (3.42)$$

dır. (3.31) numaralı denklemde (3.42) numaralı hipotez geçerli olduğunda  $y_{t-1}$  de birim kökün varlığından bahsedilebilmektedir. (3.42) numaralı denklemde gösterilen hipotez için standart Wald istatistiği de  $R_T$  ile gösterilmesi halinde (3.42) numaralı hipotezde sabit  $\gamma$  için  $R_T(\gamma)$  standart Wald istatistiği olmakta ve bu durumda da  $R_T = R_T(\hat{\gamma})$  olmaktadır.  $R_T$  istatistiği standart Dickey - Fuller istatistiğinin iki parametreye genelleştirilmiş halidir. (3.36) numaralı denklemin tahmininden  $W_T$  ve  $R_T$  olmak üzere iki Wald testi ile katsayılar üzerine gerekli kısıtlar yapılarak eşik etkisi ve birim kökün varlığı test edilmektedir (Caner, Hansen, 1997).

(3.31) numaralı denklem ve yukarıdaki parametre kısıtları geçerliiyken  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  parametreleri  $y_t$  sürecinin durağanlığını test etmektedir. Bu durumda,

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0 \quad (3.43)$$

hipotezi sınanmaktadır.  $H_0$  hipotezinin kabul edilmesi halinde (3.31) numaralı model durağan TAR modeli olarak  $\Delta y_t$  durağan değişkeni ile yazılabilmektedir.  $y_t$  değişkeni bu durumda birim köke sahip I(1) süreci izlemektedir. Seri durağan ve ergodik ise  $\rho = 1$  özel durumunda  $\rho_1 < 0$ ,  $\rho_2 < 0$  ve  $(1 + \rho_1)(1 + \rho_2) < 1$  ise model durağandır (Caner, Hansen, 2001, 1567).

(3.43) numaralı denklemle gösterilen  $H_0$  hipotezinin alternatifi;  $H_1 : \rho_1 < 0$  ve  $\rho_2 < 0$  şeklinde kurulmaktadır. Ancak üçüncü bir durum da söz konusudur. Kısmi birim kök durumunda

$$H_2 : \begin{cases} \rho_1 < 0 & \text{ve } \rho_2 = 0, \\ & \text{yada} \\ \rho_1 = 0 & \text{ve } \rho_2 < 0. \end{cases} \quad (3.44)$$

hipotezi geçerli olmaktadır.  $H_2$  hipotezinin kabul edilmesi halinde  $y_t$  süreci bir rejimde birim kök gibi hareket etmekte ancak diğer rejimde durağan bir süreç izlemektedir.  $H_2$  hipotezinin kabulü halinde süreç durağan değildir. Ancak klasik birim kök sürecine de sahip değildir.

$H_0$  hipotezini test etmede kullanılan yöntem Wald istatistiğidir. Kısıtsız alternatif ise  $\rho_1 \neq 0$  yada  $\rho_2 \neq 0$  şeklindedir. Test istatistiği,

$$R_{2t} = t_1^2 + t_2^2 \quad (3.45)$$

dir. Burada  $t_1$  ve  $t_2$ , (3.36) numaralı EKK denkleminde elde edilen  $\hat{\rho}_1$  ve  $\hat{\rho}_2$  parametreleri için t oranlarıdır.  $H_1$  ve  $H_2$  alternatifleri tek taraflıdır. Çift taraflı Wald istatistiği tek taraflı versiyonuna nazaran daha düşük güce sahiptir.  $H_0$  hipotezini tek taraflı alternatifi olan  $\rho_1 < 0$  ya da  $\rho_2 < 0$  olan tek taraflı Wald istatistiği,

$$R_{1T} = t_1^2 I_{\{\hat{\rho}_1 < 0\}} + t_2^2 I_{\{\hat{\rho}_2 < 0\}} \quad (3.46)$$

ile hesaplanır. Caner ve Hansen (2001) çalışmasında,  $R_{1T}$  ve  $R_{2T}$  testlerinin  $H_1$  ve  $H_2$  alternatiflere karşı güçlü olduğu belirtilmiştir. Test istatistiğinin anlamlı olması halinde  $H_0$  hipotezi yani serinin birim köke sahip olması reddedilir, ancak  $H_1$  hipotezi mi yoksa  $H_2$  hipotezinin mi geçerli olduğunu açıklığa kavuşturmak için iki farklı rejimde birim kök testi yapmaya olanak veren  $t_1$  ve  $t_2$  istatistikleri önem kazanır. Bu  $-t_1$  ve  $-t_2$  istatistiklerinden birinin anlamlı olması halinde  $H_2$  alternatifinin tutarlı olduğu anlamına gelir ve  $H_0$ ,  $H_1$ ,  $H_2$  hipotezleri arasında seçim yapma olanağı verir.

Tüm test istatistikleri t oranının ve  $t_1$  ile  $t_2$  istatistiklerinin sürekli fonksiyonudur.  $R(x_1, x_2)$ ,  $x_1$  ve  $x_2$ 'nin sürekli fonksiyonu olmak üzere  $R_T = R(t_1, t_2)$  olarak test istatistiği

genelleştirilmiştir.  $R(\cdot, \cdot)$  normalize edilmiştir ve  $R_T$  testinin büyük değerleri için  $H_0$  reddedilmektedir.

Bu test Caner ve Hansen (2001) çalışmasında eşik değerinin bilinmesi ve bilinmemesi durumu için geliştirilmiştir<sup>2</sup>.

$R_T = R(t_1, t_2)$ ,  $(t_1, t_2)$  nin sürekli fonksiyonlarıdır. Tek- Taraflı Wald testi  $R_{1T}$  için bu bilgiler faydalı olmamakla birlikte çift taraflı Wald testi  $R_{2T}$ 'nin asimtotik dağılım teorisi için önemli bilgiler içermektedir. Sınırlayıcı dağılım, Dickey-Fuller ve  $\chi^2$  dağılımlarının kareler toplamı olarak karma bir form oluşturmaktadır. Bu kısıt sorunlu parametrelerden bağımsızdır ve sayısal olarak hesaplanabilmektedir.

$R_T$ , TAR birim kök testinin boş dağılım için asimtotik yaklaşım incelendiğinde  $\gamma$  eşik parametresinin belirlenmesinde farklılık olduğu görülmektedir. Eşik etkisi olmaması haline  $\gamma$  belirlenmemektedir. Bu durumda  $\hat{\gamma}$  büyük örnekler de rastsal olmakta ve  $R_T$  testini etkilemektedir. Eşik etkisi olması halinde ise,  $\gamma$  belirlenebilmekte ve  $\hat{\gamma}$  değeri gerçek değeri olan  $\gamma_0$  değerine yakınsamaktadır. Bu durumda  $R_T$ 'nin asimtotik dağılımı  $\gamma_0$  değerinin bilindiği duruma eşdeğer olmaktadır.

Caner ve Hansen (2001) çalışmasında biri eşik etkisinin bilinmesi diğeri bilinmemesi durumunda olmak üzere iki bootstrap dağılımını geliştirilmiştir. Eşik etkisinin tanımlanamadığı kısıtlı bootstrap metodu için kısıtlar,  $\theta = \theta_1 = \theta_2$  (eşik etkisinin olmaması) ve  $p=0$  (birim kök)'dir. İkincisi ise eşik etkisinin tanımlanabildiği durumdur. Bu iki bootstrap metodunun performanslarının karşılaştırılması ise Monte Carlo simülasyonu ile yapılmıştır. Çalışmalarında geliştirmiş oldukları testin ADF birim kök testine nazaran gücü test edilmiş ve her durumda testin gücünün daha yüksek olduğunu kanıtlanmıştır.

#### 4. Ampirik Sonuçlar

Çalışmada 1990:01-2007:06 döneminde aylık reel ücret<sup>3</sup> incelenmiştir. Reel ücret verilerinin hesaplanmasında Türk imalat sanayinde çalışanlara yapılan ödemeler esas alınmış ve incelenen dönemde Tüketici Fiyat Endeksine bölünerek hesaplanmış olan reel ücret verilerine öncelikle logaritmik dönüşüm uygulanmıştır. Bu dönüşüm yapıldıktan sonra geleneksel birim kök testlerine tabi tutulmuştur. İkinci adımda ise Caner ve Hansen (2001) çalışmalarında izlenen prosedür uygulanmıştır.

<sup>2</sup> Ayrıntılı bilgi için bkz. Mehmet, Caner, Bruce E. Hansen. 2001. Threshold Autoregressions with a Unit Root. *Econometrica*. c.69: 1555-1597.

<sup>3</sup> veriler [www.tcmb.gov.tr](http://www.tcmb.gov.tr) adresinden elde edilmiştir.

#### 4.1. Geleneksel BK Testleri Sonuçları

Reel ücret serisinde trendin varlığı nedeniyle tüm testler yığılım ve trendin varlığını modelize eden seçenekler kullanılarak teste tabi tutulmuştur. ADF testinde gecikme uzunluğu AIC kriterine göre 12 olarak belirlenmiştir. SIC bilgi kriterleri ise hiç gecikme kullanmadan birim kök analizi yapılmasını öngörmektedir. Ancak gecikme uzunluğunun 12 alınması halinde oto korelasyon sorununun ortadan kalktığı görülmüştür.

**Tablo 1. Reel Ücret Serici İçin Geleneksel BK testleri**

RU	Test İstatistiği	1%	5%	10%	
ADF*	-2.288417	-4.005318	-3.432799	-3.140195	
KPSS**	0.16738	0.216000	0.146000	0.119000	
ERS DF-GLS***	-2.13975	-3.4684	-2.937	-2.647	
Ng-Perron	MZa	-7.86359	-23.8	-17.3	-14.2
Ng-Perron	MZt	-1.91053	-3.42	-2.91	-2.62
Ng-Perron	MSB	0.24296	0.143	0.168	0.185
Ng-Peron	MPT	11.7919	4.03	5.48	6.67

\*Gecikme uzunluğu 12 olarak belirlenmiştir.

\*\*Bandwidth: 11 (Newey-West using Bartlett kernel)

\*\*\* Gecikme uzunluğu 13 olarak belirlenmiştir.

Bu analizde de sonuçlar kısmi oto korelasyon fonksiyonu incelenmek suretiyle desteklenmiştir. ERS testinde de gerek AIC gerekse MAIC (Modified AIC) bilgi kriterine göre optimal gecikme uzunluğu 13 olarak belirlenmiştir. Tablo 1. de geleneksel birim kök testlerinin toplu sonuçlarına yer verilmiştir. Uygulanan birim kök testleri KPSS testi hariç reel ücret serisinin %1 hata payı ile birim köke sahip olduğuna işaret etmekte KPSS testinde ise %10 hata payı ile aynı sonuca varılmaktadır.

#### 4.2. Caner ve Hansen (2001) BK test sonuçları

Öncelikle reel ücret serisi için TAR modelin uygun olup olmadığı incelenmiştir. Tablo 2. de ayrıntılı bir biçimde elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Sabit terim içeren TAR modeli tahmin edilmiştir. Eşik değeri 0.02 olarak tahmin edilmiştir. Bu noktada elde edilen sonuç 10 aylık dönemde reel ücretlerin düşmesi, artması ya da %2 oranından daha az artması halinde birinci rejim gerçekleşmektedir. Bu durum incelenen dönemin %17'sinde gerçekleşmektedir. İncelenen dönemde gözlemlerin %83'ü ise ikinci rejime girmekte ve reel ücretlerin %2 den fazla artış göstermesi halinde ikinci rejimde yer almaktadır. Tablo 2. incelendiğinde  $Dy_{t-1}$ ,  $Dy_{t-5}$ ,  $Dy_{t-8}$ ,  $Dy_{t-9}$ ,  $Dy_{t-10}$ ,  $Dy_{t-13}$  değişkenlerinin parametre tahminlerinde eşik modelde rejimler arası fark görülmektedir.

**Tablo 2. Reel Ücret Serisi İçin TAR model Tahmin Sonuçları**

1. Rejim Tahmini		2 Rejim Tahmini		
$\hat{\gamma} = 0.02$	$Z_{t-1} < \hat{\gamma}$		$Z_{t-1} > \hat{\gamma}$	
w	Tahmin	St. hata	Tahmin	St.hata
C	0.142832	0.054148	0.018996	0.021007
TR	0.000038	0.000107	0.000031	0.000037
w(t-1)	-0.140819	0.055710	-0.017166	0.022295
Dw(t-1)	-0.322449	0.229949	0.129655	0.067365
Dw(t-02)	0.769929	0.165429	0.070285	0.065639
Dw(t-03)	-1.299381	0.347037	-0.037852	0.061871
Dw(t-04)	0.220236	0.138886	0.004170	0.070454
Dw(t-05)	0.820533	0.213655	-0.067370	0.061360
Dw(t-06)	0.302241	0.172291	0.005724	0.064854
Dw(t-07)	0.270346	0.134438	0.015756	0.069992
Dw(t-08)	-0.049467	0.182437	0.106164	0.060212
Dw(t-09)	0.159787	0.171532	-0.091931	0.099711
Dw(t-10)	0.355827	0.135164	-0.057374	0.065027
Dw(t-11)	-0.242710	0.140918	-0.238508	0.064297
Dw(t-12)	0.320651	0.137894	0.339511	0.065384
Dw(t-13)	0.498731	0.292831	-0.082221	0.061734

Tablo 3 de ücret değişkeni için uygulanmış olan doğrusal olmayan birim kök testi sonuçları yer almaktadır. Seride trend olduğu saptandığı için Caner, Hansen (2001) m gecikme parametresi 9 olarak belirlenirken gecikme parametresi k, 13 olarak belirlemiştir. Gecikme sayısı k, AIC kriterine göre belirlenmiştir. m ise Caner Hansen (2001) çalışmasından hareketle SSE minimum olacak şekilde belirlenmiştir.

Bootstrap Eşik Threshold Test incelenen seride eşik etkisini sınamaktadır. Bunun için uygulanan Wald testi sonucunda k ve m gecikme uzunluklarına göre elde edile test istatistikleri ve olasılık değerleri verilmiştir. Tablo 3. de de görüldüğü gibi gerek k gerekse m gecikme uzunluğunda eşik etkisinin varlığı söz konusudur. Dolayısıyla doğrusallığa işaret eden  $H_0$  hipotezi reddedilememektedir. Dolayısıyla doğrusallık sıfır hipotezine karşı eşik etkisinin varlığını gösteren alternatif hipotez her iki değişken için de kabul edilmektedir.

Bu sınamadan sonraki adımda  $R_1$  ve  $R_2$  testlerine yer verilmiştir. Teorik açıklaması yapılmış olan  $R_2$  testi çift taraflı (two – sided) Wald istatistiğini gösterirken  $R_1$  testi tek taraflı sınamadır. Serinin durağan olduğunu gösteren sıfır hipotezine ( $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$ ) karşılık  $H_1 : \rho_1 \neq \rho_2 \neq 0$ . Hipotezini sınamakta olan  $R_2$  testi sonuçlarında ücret serisi hem k hem de m gecikme uzunluklarında durağanlığı gösteren sıfır hipotezini Wald istatistikleri ve olasılık değerlerinden de görüleceği gibi reddetmektedir.  $R_1$  testi sonuçlarında da  $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$

serinin durağanlığı hipotezine karşılık  $H_1 : \rho_1 < 0, \rho_2 < 0$  serinin birim köke sahip olduğunu gösteren alternatif hipotez kabul edilmektedir.

$t_1$  ve  $t_2$  testlerinde ise her bir rejim de birim kökün varlığı test edilmiştir. Tek taraflı  $t_1$  testinde her iki rejimde de durağanlığı gösteren  $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$  hipotezi birinci rejimde BK etkisinin varlığını gösteren  $H_1 : \rho_1 < 0, \rho_2 = 0$  hipotezine karşı sınanmış ve birinci rejimde BK etkisine sahip olduğu görülmüştür. Yine  $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$  hipotezine karşı bu sefer ikinci rejimde BK etkisinin varlığını sınanan  $H_1 : \rho_1 = 0, \rho_2 < 0$  tek taraflı  $t_2$  testi sonuçlarında da BK etkisinin var olduğu görülmüştür. (1000 bootstrap tekrar ile yapılmıştır. : k= 13, m=9)

**Tablo 3. Reel Ücret Serisi İçin Caner, Hansen (2001) Test Sonuçları**

w	Değişken	Wald ist.	Boot p-değ.	Asimp. p-değ.
Bootstrap Eşik Testi	$w(m)$	78,27	0,004	0,005
	$w(k)$	54,67	0,03	0,03
Birim Kök Sınaması İçin Çift Taraflı Wald Testi ( $R_2$ )	$w(m)$	6,98	0,43	0,64
	$w(k)$	5,36	0,56	0,80
Birim Kök Sınaması İçin Tek Taraflı Wald Testi ( $R_1$ )	$w(m)$	6,98	0,41	0,61
	$w(k)$	5,36	0,55	0,78
$t_1$ Durağanlık testi	$w(m)$	2,53	0,19	0,44
	$w(k)$	1,07	0,59	0,96
$t_2$ Durağanlık testi	$w(m)$	0,76	0,76	0,99
	$w(k)$	2,05	0,33	0,68

## SONUÇ

Çalışmada 1990:01-2007:06 döneminde reel ücretler incelenmiştir. Yapılan analizler doğrultusunda elde edilen sonuçlar Türkiye’de reel ücretlerin TAR modeli ile açıklanabilirliğini kanıtlar niteliktedir. Geleneksel birim kök testlerine tabi tutulması sonucunda reel ücretlerin birim köke sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Bu sonuç, incelenen dönemde ücretlerdeki yapışkanlığa işaret etmektedir. Ancak eşik modellerle incelenmesinin uygun olduğu düşüncesi ile yapılan Caner ve Hansen (2001) birim kök testi ile daha güvenilir ve ayrıntılı sonuçlar elde edilmiştir. Bu testin ilk adımında uygulanan Bootstrap Eşik Testi sonucunda reel ücretlerin incelenen dönemde iki rejimli bir TAR modeli ile incelenmesinin doğru olacağı sonucu ampirik olarak kanıtlanmıştır. Yine bu test doğrultusunda reel ücretlerin geleneksel birim kök testlerine paralel olarak genel anlamda birinci dereceden birim köke sahip olduğu görülmüştür. Yapılan analizden elde edilen bir diğer sonuç ise her bir rejimin birim kök içerdiği.

Doğrusal olmama uzun dönem dengesine ayarlanma hızına bağlı olarak oluşabilmektedir. Küçük sapmalar iktisadi aktörler tarafından dengeye yönelme eğilimi

olacağı için dikkate alınmazken büyük sapmalar bu karar alıcılar tarafından uzun dönemde dengeye dönme yönünde baskı oluşturabilmektedir. Ancak imalat sanayinde reel ücretler incelendiğinde serinin birim köke sahip olduğu dolayısıyla bu tip bir dengeye dönüş olmadığı saptanmıştır.

## KAYNAKÇA

- Akgül, I. 2003a. *Geleneksel Zaman Serisi Yöntemleri*. İstanbul : Der Yayınları.
- \_\_\_\_\_. 2003b. *Zaman Serileri Analizi ve ARIMA Modelleri*. İstanbul : Der Yayınları.
- Andrews, D. W. K., and W. Ploberger. (1994) “*Optimal Tests When a Nuisance Parameter Is Present Only Under the Alternative.*” *Econometrica*, 62, 1382-414.
- Aykaç, E. 2003. Sinyalleme Varsayımı Altında Etkin Ücret Hipotezinin Analizi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. M.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Balke, N. S., and T. B. Fomby., (1997) “*Threshold Cointegration.*” *International Economic Review*, 38, 627-45.
- Caner, M., E. B., Hansen, (2001), “*Treshold Autoregressions with a Unit Root*”, *Econometrica*, 69, 1555-1597
- Chan K. S., (1993), “*Consistency and Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of a Threshold Autoregressive Model.*” *The Annals of Statistics*, Vol. 21, No. 1 pp. 520-533
- Chan, K. S. and Tong, H. (1985). “*On the use of the deterministic Lyapunov function for the ergodicity of stochastic difference equations*” *Advances in Applied Probability*, 17, 666-678
- Chan, K. S. and Tsay, R. S. (1998). “*Limiting properties of the least squares estimator of a continuous threshold autoregressive model*”. *Biometrika* 85 413--426.
- Davies, R.B. (1987) “*Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternative*”. *Biometrika* 74 33-43.
- Dickey A. D. ve Fuller A. W. (1979) “*Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*”, *Journal of the American Statistical Association*, S.74, 427-31
- Elliott, G., T. J. Rothenberg, James H. Stock., “*Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root.*” *Econometrica*, Vol. 64, No. 4 (Jul., 1996), pp. 813-836.
- Enders, W. and C.W.J. Granger (1998). “*Unit-Root Tests and Asymmetric Adjustment With an Example Using the Term Structure of Interest Rates.*” *Journal of Business and Economic Statistics* 16, 304 – 11
- Hansen, B. E. (1996). “*Inference when a nuisance parameter is not identified under the null hypothesis*”. *Econometrica* 64 413--430.
- \_\_\_\_\_. (1997) “*Approximate asymptotic p-values for structural change tests,*” *Journal of Business and Economic Statistics*, 15, 60-67.
- \_\_\_\_\_. (2001), “*The New Econometrics of Structural Change: Dating Changes in U.S. Labor Productivity.*” *Journal of Economic Perspectives*, 15, 117-128.
- Kapetanios, G., and Y. Shin (2002), “*Unit Root Tests in Three-Regime SETAR Models,*” Working Paper wp465, Queen Mary, University of London, Department of Economics, ISSN 1473-0278

- Kapetanios, G., Y. Shin, A. Snell. (2003a). Testing for a Unit Root in the nonlinear STAR Framework. *Journal of Econometrics*. c.112. s.2: 359-379.
- \_\_\_\_\_ (2003b). Testing for Cointegration in Nonlinear STAR Error Correction Models. Working Paper. Department of Economics. University of London.
- \_\_\_\_\_ (2003c). Unit Root Tests in Three-Regime SETAR Models. Working Paper. Department of Economics. University of London.
- Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, Peter Schmidt & Yongcheol Shin (1992). " *Testing the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root.*" *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
- Lo, M. C. and E. Zivot. (2001). " *Threshold Cointegration and Nonlinear Adjustment to the Law of One Price,*" *Macroeconomic Dynamics*, Cambridge University Press, vol. 5(4), p 533-76.
- Newey, W. and K. West (1994). " *Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation,*" *Review of Economic Studies*, 61, 631-653.
- Ng, S., Perron, P., (1995). " *Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag.*" *Journal of the American Statistical Association* 90, 268-281.
- \_\_\_\_\_ (2001). " *Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power,*" *Econometrica*, 69(6), 1519-1554.
- R.P. Berben & D. van Dijk, (1999). " *Unit roots and asymmetric adjustment - a reassessment,*" *Econometric Institute Report 101*, Erasmus University Rotterdam, Econometric Institute.
- Phillips, P. C. B. (1987). "Time Series Regression With a Unit Root", *Econometrica*, S.55, 277-301.
- Phillips, P.C.B., Perron, P., (1988). " *Testing for a unit root in time series regression.*" *Biometrika*, 75: 335-346.
- Pippenger, M.K., Goering, G.E., (1993). " *A note on the empirical power of unit root tests under threshold processes*". *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 55, 473-481.
- Tong, H. (1978). "On a threshold model. In *Pattern Recognition and Signal Processing* (C. H. Chen, ed.) 101--141. Sijthoff and Noordhoff, Amsterdam.
- \_\_\_\_\_ (1990). *Non-linear Time Series. A Dynamical System Approach*. Clarendon Press, Oxford.
- \_\_\_\_\_ (1983). *Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis*. New York, Springer-Verlag.
- Tong, H., and Lim, K.S. (1980), " *Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data*", *Journal of Royal Statistical Society B*, 42,3: 245-292.
- Tsay, R. S. (1989). " *Testing and modeling threshold autoregressive processes*". *J. Amer. Statist. Assoc.* 84 231--240.
- \_\_\_\_\_ (1998). " *Testing and modeling multivariate threshold models*". *J. Amer. Statist. Assoc.* 93 1188--1202.
- Wu, Y., (1996). " *Are real exchange rates nonstationary? Evidence from panel-data tests*". *Journal of Money Credit and Banking* 28, 54-63.